TEMA 2

ANÁLISIS DE CIRCUITOS. CIRCUITOS EQUIVALENTES.

2.1.- Análisis de circuitos. Aplicación lemas de kirchhoff a un circuito

2.2.- Asociación de dipolos de la misma naturaleza

2.2.1.- Asociación de elementos pasivos.

2.2.- Asociación de elementos activos.

Conversión de fuentes.

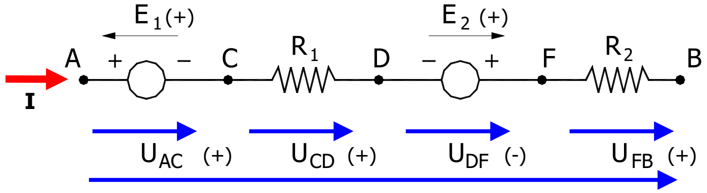
Teorema de Millman.

¿Que es resolver un circuito?

Conocer el reparto de corrientes y tensiones estableciendo unas ecuaciones y resolviéndolas.

¿Cuales son las incógnitas?

Intensidades en las ramas o diferencia de potencial en bornes de tales ramas.

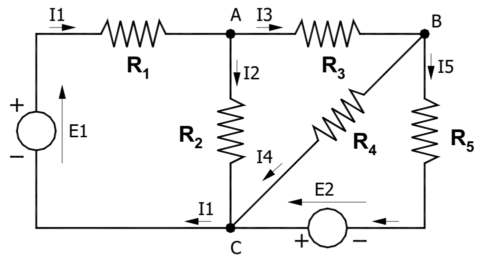


$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CD} + U_{DF} + U_{FB}$$

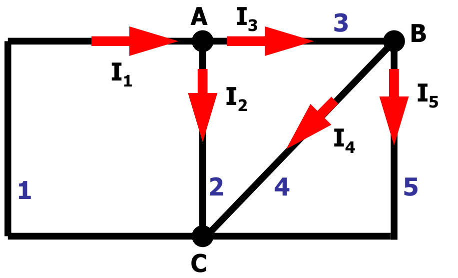
$$U_{AB} = E_1 + IR_1 - E_2 + IR_2$$

$$U_{AB} = (E_1 - E_2) + IR_1 + IR_2 = f(I)$$

Resolver el circuito



Suponer como incógnitas las intensidades en las ramas



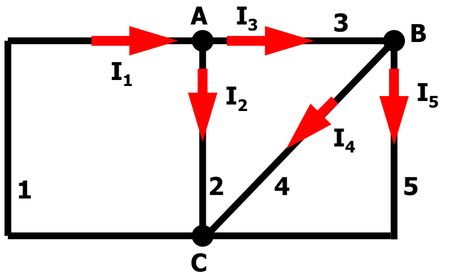
Nº ramas r = 5

n = 3

m = r – n + 1

m = 5 - 3 + 1 = 3

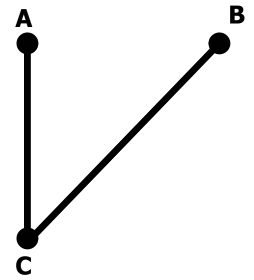
Resolver el circuito



Nº ramas r = 5

n = 3

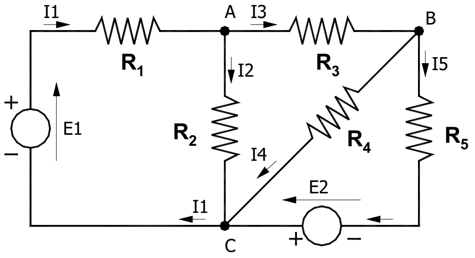
m = 5 - 3 + 1 = 3



se tendrá: Incógnitas: 5

en total tendremos que plantear 5 ecuaciones con 5 incógnitas, de las cuales despejaremos las intensidades de las ramas

Aplicación lemas de Kirchhoff a un circuito



1er lema:

$$\sum_{K=1}^{K=r} \varepsilon_K \, i_k = 0$$

Nº de nudos principales: 3, A, B y C.

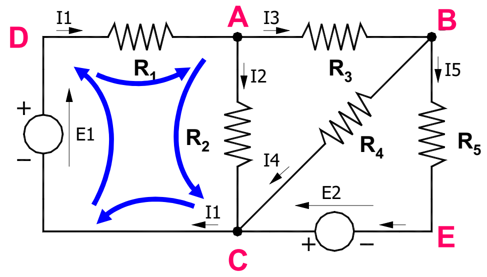
NUDO A	$I_1 - I_2 - I_3 = 0$	**(1)**
NUDO B	$I_3 - I_4 - I_5 = 0$	**(2)**
NUDO C	$I_2 + I_4 + I_5 - I_1 = 0$	**(3)**

La suma (1) + (2) = (3) .

Nº DE ECUACIONES DE NUDOS = Nº NUDOS PRINCIPALES - UNO

Nº DE ECUACIONES DE NUDOS = Nº RAMAS DEL ÁRBOL

Aplicación lemas de Kirchhoff a un circuito



2do lema:

$$\sum_{K=1}^{K=e} \varepsilon_K \, u_k = 0$$

nº de ecuaciones linealmente independientes =

= Nº DE MALLAS = Nº ESLABONES =

= Nº RAMAS - NºNUDOS PRINCIPALES + 1

e = m = r - (n - 1)

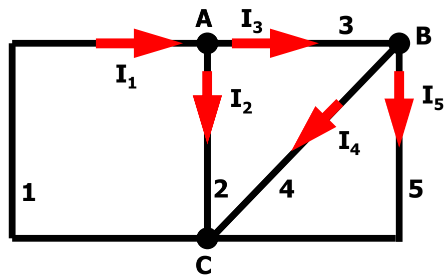
Malla 1: $U_{AA} = 0 = I_2 R_2 - E_1 + I_1 R_1$

Malla 2: $U_{AA} = 0 = I_3 R_3 + I_4 R_4 - I_2 R_2$

Malla 3: $U_{BB} = 0 = I_5 R_5 - E_2 - I_4 R_4$

Ecuaciones de mallas

Aplicación lemas de Kirchhoff a un circuito



1er lema:

$$\sum_{K=1}^{K=r} \varepsilon_K \, i_k = 0$$

Nº de nudos principales: 3, A, B y C.

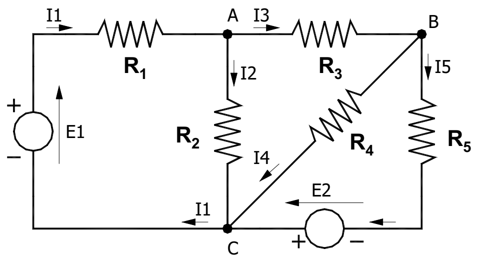
NUDO A	$I_1 - I_2 - I_3 = 0$	**(1)**
NUDO B	$I_3 - I_4 - I_5 = 0$	**(2)**
NUDO C	$I_2 + I_4 + I_5 - I_1 = 0$	**(3)**

La suma (1) + (2) = (3) .

Nº DE ECUACIONES DE NUDOS = Nº NUDOS PRINCIPALES - UNO

Nº DE ECUACIONES DE NUDOS = Nº RAMAS DEL ÁRBOL

Aplicación lemas de Kirchhoff a un circuito



Nº ramas r = 5

n = 3

m = 5 - 3 + 1 = 3

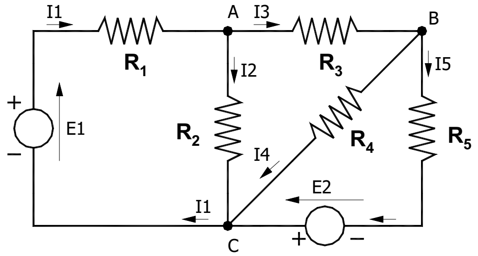
se tendrá: Incógnitas: 5

Ecuaciones: 2 ecuaciones de nudos,

3 ecuaciones de mallas,

en total tendremos 5 ecuaciones, con 5 incógnitas, de las cuales despejaremos las intensidades de las ramas

Aplicación lemas de Kirchhoff a un circuito

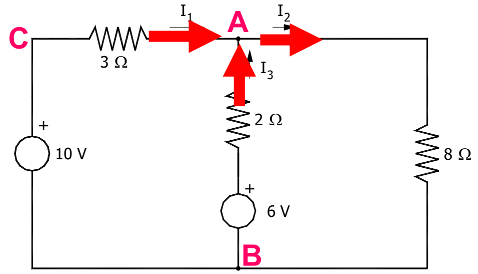


En resumen: El número de incógnitas del circuito, por ejemplo las intensidades, es igual al numero *r* de ramas, proporcionando los nudos *n-1* ecuaciones independientes y el resto serian ecuaciones de mallas.

Estas ecuaciones reciben el nombre de

ecuaciones de Kirchhoff.

EJEMPLO : Resolver el circuito eléctrico de la figura siguiente suponiendo como incógnitas las intensidades de las ramas



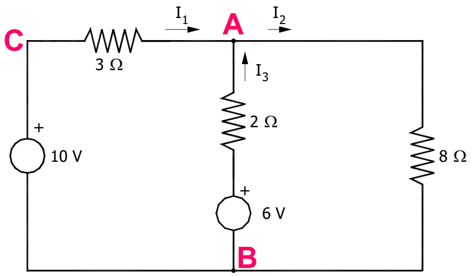
Los pasos a seguir para *resolver un circuito* son:

1) Dar un sentido arbitrario a las intensidades de las ramas.

2) Plantear tantas ecuaciones como incógnitas tengamos.

3) Resolver el sistema.

EJEMPLO : Resolver el circuito eléctrico de la figura siguiente suponiendo como incógnitas las intensidades de las ramas



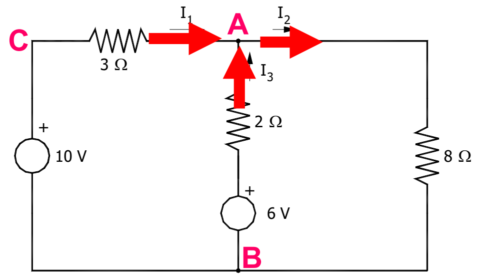
Los pasos a seguir para *resolver un circuito* son:

1) Dar un sentido arbitrario a las intensidades de las ramas.

2) Plantear tantas ecuaciones como incógnitas tengamos.

3) Resolver el sistema.

EJEMPLO : Resolver el circuito eléctrico de la figura siguiente suponiendo como incógnitas las intensidades de las ramas



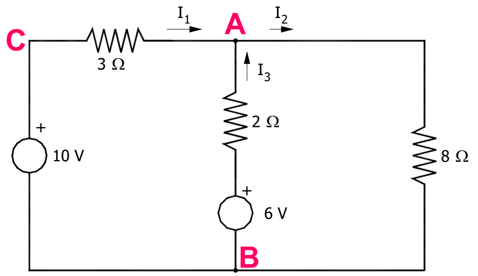
Los pasos a seguir para *resolver un circuito* son:

1) Dar un sentido arbitrario a las intensidades de las ramas.

2) Plantear tantas ecuaciones como incógnitas tengamos.

3) Resolver el sistema.

EJEMPLO : Resolver el circuito eléctrico de la figura siguiente suponiendo como incógnitas las intensidades de las ramas



Nudos Principales:

2 que son A y B

Ecuaciones de Nudos = 2 - 1 = 1

$I_1 + I_3 - I_2 = 0$ **ECUACIÓN NUDO A**

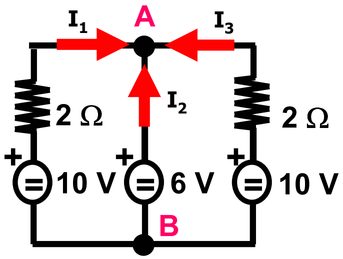
Ecuaciones de Mallas = 3 - 2 + 1 = 2

$10 - 6 = 3I_1 - 2I_3$ **ECUACIÓN MALLA 1**

$6 = 2I_3 + 8I_2$ **ECUACIÓN MALLA 2**

TENEMOS PLANTEADO 3 ECUACIONES CON 3 INCÓGNITAS

EJEMPLO : Resolver el circuito eléctrico de la figura siguiente suponiendo como incógnitas las intensidades de las ramas



Los pasos a seguir para *resolver un circuito* son:

1) **Dar un sentido arbitrario a las intensidades de las ramas.**
2) **Plantear tantas ecuaciones como incógnitas tengamos.**
3) **Resolver el sistema.**

Ecuaciones de Nudos = 2 - 1 = 1

$I_1 + I_2 + I_3 = 0$ **ECUACIÓN NUDO A**

Ecuaciones de Mallas = 3 - 2 + 1 = 2

$6 - 10 + 2\,I_1 = 0$ **ECUACIÓN MALLA 1**

$-2\,I_3 + 10 - 6 = 0$ **ECUACIÓN MALLA 2**

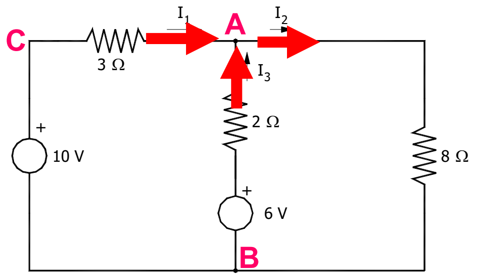
TENEMOS PLANTEADO 3 ECUACIONES CON 3 INCÓGNITAS

$I_1 = 2\text{ A}$

$I_2 = -4\text{ A}$

$I_3 = 2\text{ A}$

EJEMPLO : Resolver el circuito eléctrico de la figura siguiente suponiendo como incógnitas las intensidades de las ramas



$I_1 = 1{,}1304\text{ A.}$

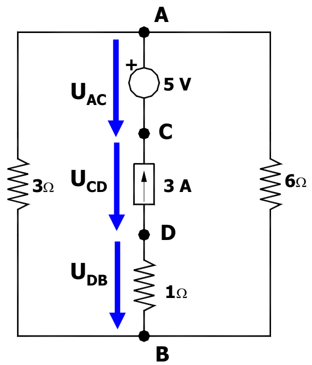
$I_2 = 0{,}826\text{ A.}$

$I_3 = -0{,}3043\text{ A}$

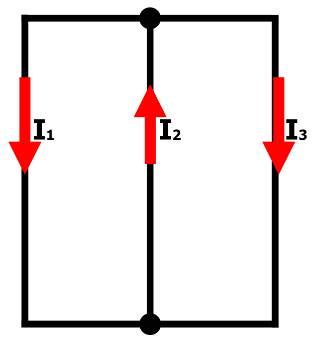
Los pasos a seguir para *resolver un circuito* son:

1) **Dar un sentido arbitrario a las intensidades de las ramas.**
2) **Plantear tantas ecuaciones como incógnitas tengamos.**
3) **Resolver el sistema.**

EJERCICIO: Dado el circuito de la figura, hallar U_{AB} y U_{CD}.



Esquema del circuito

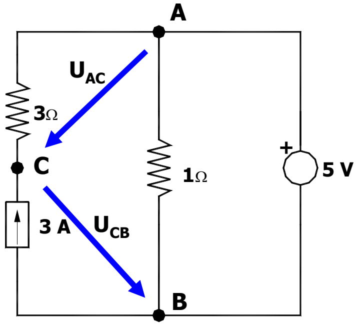


Diagrama

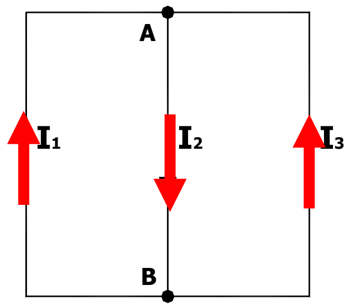
Solución: $I_1 = 2\text{ A}$, $I_2 = 3\text{ A}$, $I_3 = 1\text{ A}$

$U_{AB} = 6\text{ V}$, $U_{CD} = 4\text{ V}$

EJERCICIO: Dado el circuito de la figura, hallar U_{CB}.



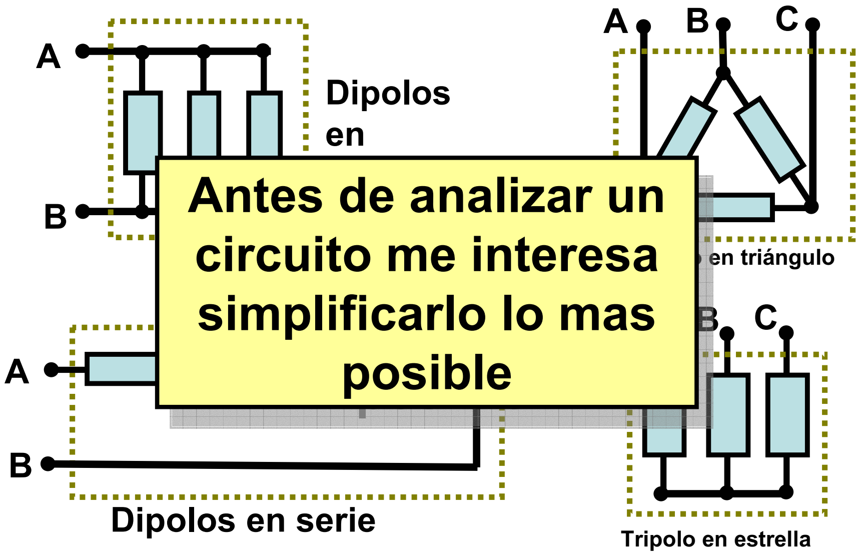
Esquema del circuito



Diagrama

Solución: $I_1 = 3$ A, $I_2 = 5$ A, $I_3 = 2$ A, $U_{CB} = 14$ V.

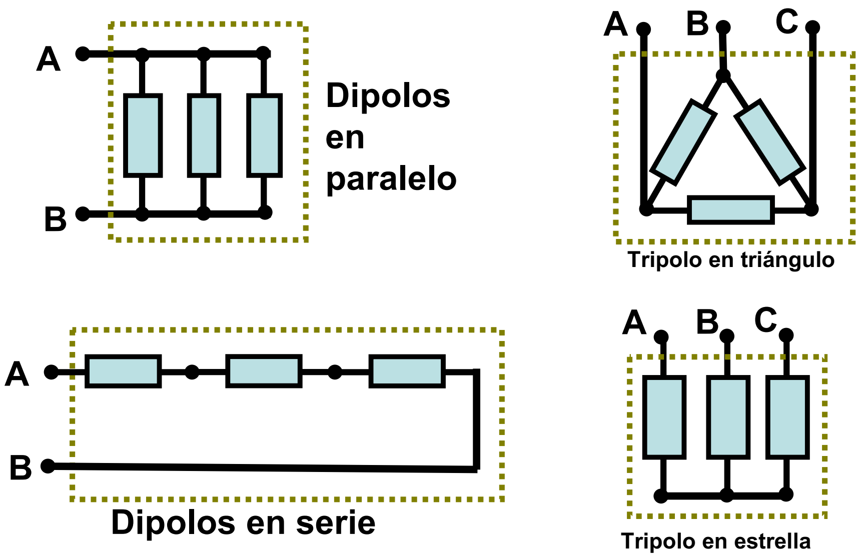
Diferentes conexiones posibles de los dipolos



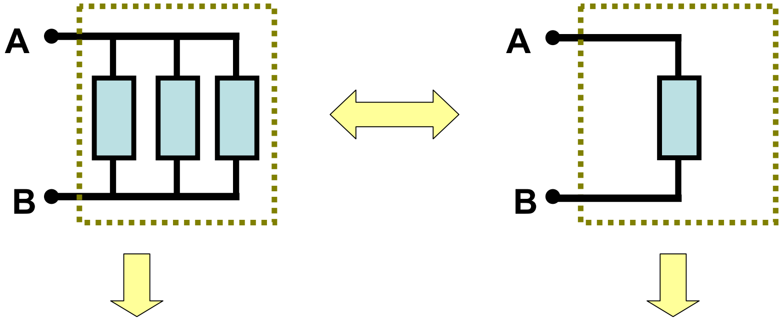
Antes de analizar un circuito me interesa simplificarlo lo mas posible

Dipolos equivalentes a la asociación de elementos pasivos

Diferentes conexiones posibles de los dipolos



Dipolos equivalentes a la asociación de elementos pasivos

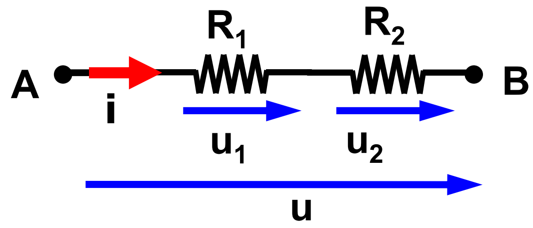


$$i_{AB} = f(u_{AB}) \qquad\qquad i_{AB} = f(u_{AB})$$

$$u_{AB} = f(i_{AB}) \qquad\qquad u_{AB} = f(i_{AB})$$

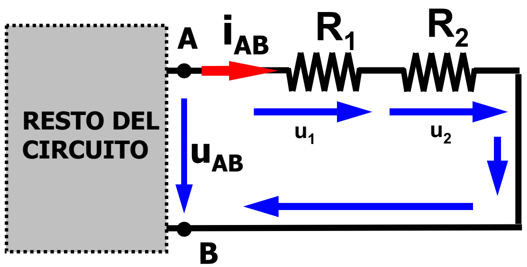
Resistencias en serie

- $R_{eq} > R_1, R_2$, etc.
- La asociación serie de **n** resistencias constituye una división de tensión

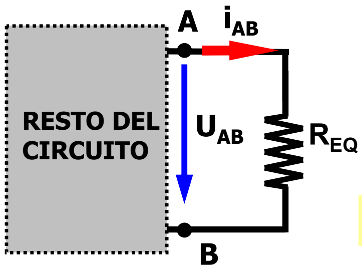


$$i = u_K / R_K = u / R_{eq} \quad \Rightarrow \quad u_K = u\, R_K / R_{eq}$$

Dipolo equivalente a Resistencias en serie



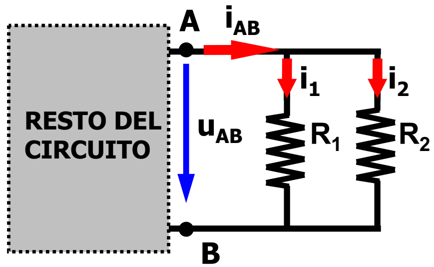
$$\begin{aligned} u_{AB} &= u_1 + u_2 = \\ &= iR_1 + iR_2 = \\ &= i\,(R_1 + R_2) = \\ &= i\,R_{eq} \end{aligned}$$



$$u_{AB} = i_{AB}\, R_{eq}$$

$$R_{EQ} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n$$

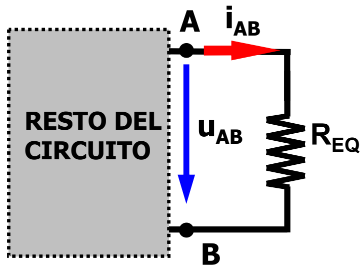
Dipolo equivalente a Resistencias en paralelo



$$\left.\begin{aligned} G_1 &= 1/R_1 \\ G_2 &= 1/R_2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} i_1 &= u_{AB}\, G_1 \\ i_2 &= u_{AB}\, G_2 \end{aligned}$$

$$i_{AB} = i_1 + i_2 = u_{AB}(G_1 + G_2)$$

$$i_{AB} = u_{AB}\, G_{eq}$$

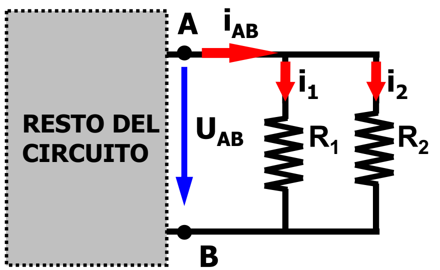


$$G_{EQ} = G_1 + G_2 + \ldots + G_n$$

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

Resistencias en paralelo

- $R_{eq} < R_1, R_2$, etc.
- La asociación paralelo de n resistencias constituye una división de intensidad



$$u_{AB} = i_{AB} R_{eq} = i_K R_K$$

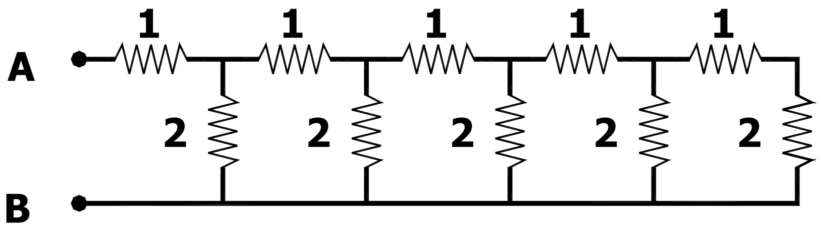
$$i_K = i_{AB} R_{eq}/R_K$$

$$i_K = i_{AB} G_K / G_{eq}$$

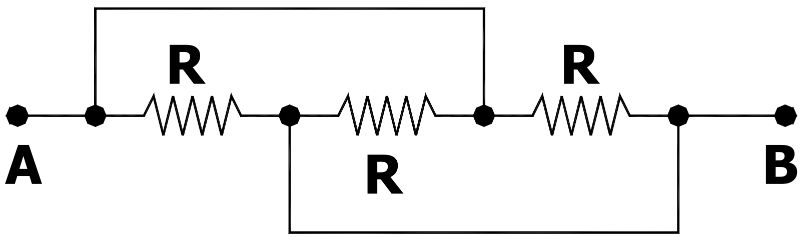
$$i_1 = i_{AB} G_1 / G_{eq}$$

$$i_2 = i_{AB} G_2 / G_{eq}$$

Calcular la resistencia equivalente entre A y B :

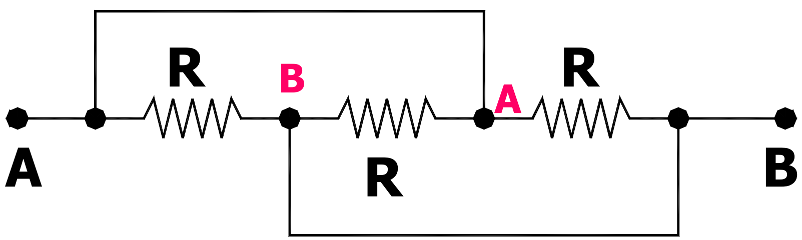


Si R= 9 Ω, la resistencia equivalente entre A y B valdrá:



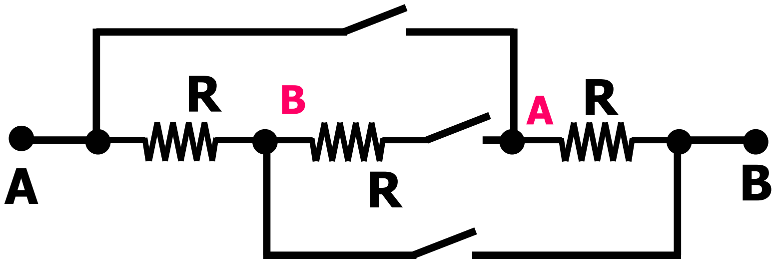
A → R = 3 Ω
B → R = 13,5 Ω
C → R = 18 Ω
D → R = 6 Ω

Si R= 9 Ω, la resistencia equivalente entre A y B valdrá:



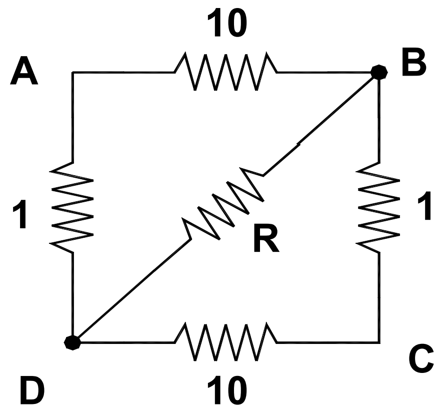
A → R = 3 Ω
B → R = 13,5 Ω
C → R = 18 Ω
D → R = 6 Ω

Si R= 9 Ω, la resistencia equivalente entre A y B valdrá:



A → R = 3 Ω
B → R = 13,5 Ω
C → R = 18 Ω
D → R = 6 Ω

En el circuito de la figura, determinar el valor ohmico de la resistencia R para poder conseguir que la resistencia equivalente entre los puntos A y C tengan un valor de 1,82 Ω .



A → R = 0 Ω

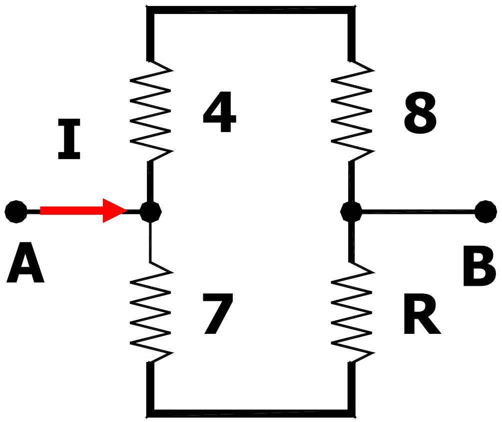
B → R = 5 Ω

C → R = 10 Ω

D → R = ∞ Ω

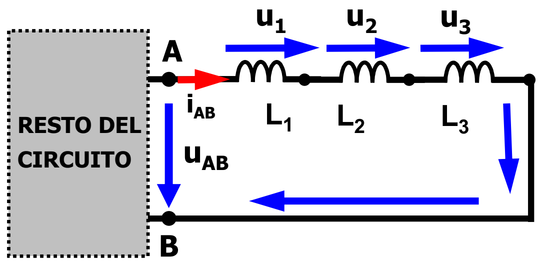
3/09/03. ETSIAM.

Calcular el valor de la resistencia R sabiendo que: U_{AB} = 6 V e I_{AB} = 1 A.



A → R = 5 Ω
B → R = 29 Ω
C → R = 41 Ω
D → No se puede saber

Dipolo equivalente a Bobinas en serie

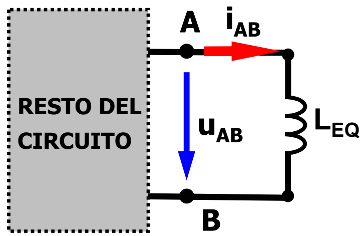


$u_1 = L_1 di/dt$
$u_2 = L_2 di/dt$
$u_3 = L_3 di/dt$

$u_{AB} = u_1 + u_2 + u_3$

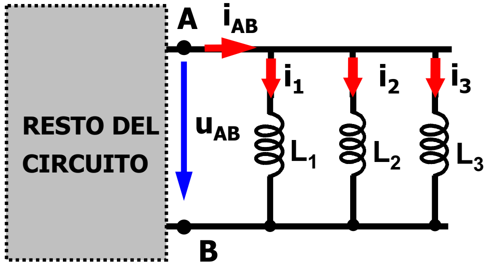
$$u_{AB} = \underbrace{(L_1 + L_2 + L_3)}\, di/dt$$

$$u_{AB} = L_{eq}\, di/dt$$

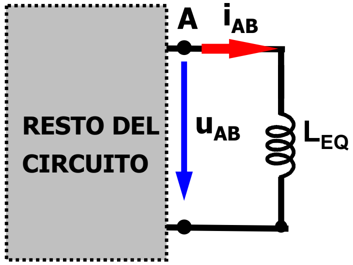


$L_{EQ} = L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_n$

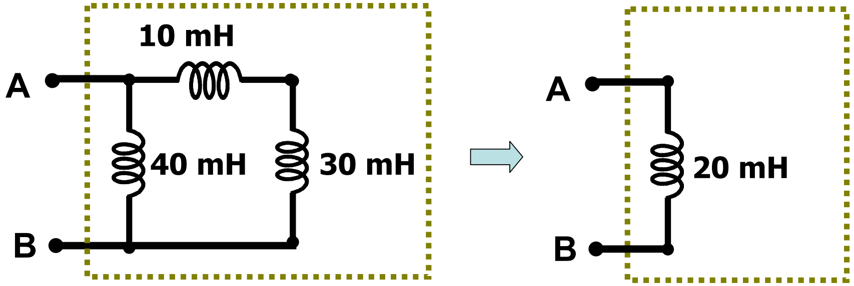
Dipolo equivalente a Bobinas en paralelo



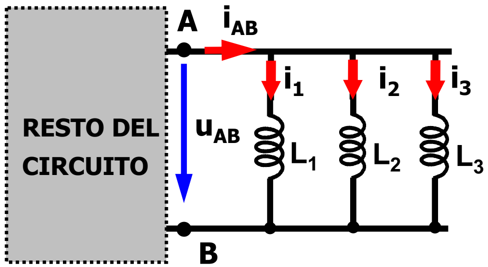
$$i_{AB} = i_1 + i_2 + i_3 \quad \begin{cases} i_1 = \dfrac{1}{L_1}\int u dt \\ i_2 = \dfrac{1}{L_2}\int u dt \\ i_3 = \dfrac{1}{L_3}\int u dt \end{cases}$$



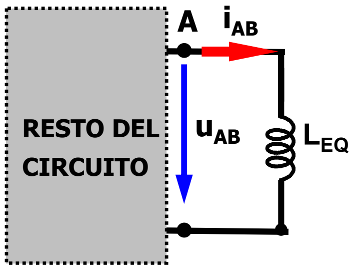
Hallar la inductancia equivalente entre A y B



Dipolo equivalente a Bobinas en paralelo



$$i_{AB} = i_1 + i_2 + i_3 \quad \begin{cases} i_1 = \dfrac{1}{L_1}\int u dt \\ i_2 = \dfrac{1}{L_2}\int u dt \\ i_3 = \dfrac{1}{L_3}\int u dt \end{cases}$$

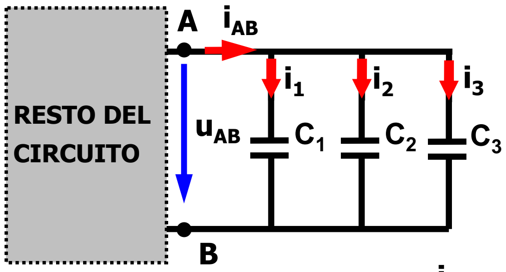


$$i_{AB} = \underbrace{\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}\right)}\int u dt$$

$$i_{AB} = \frac{1}{L_{EQ}}\int u dt$$

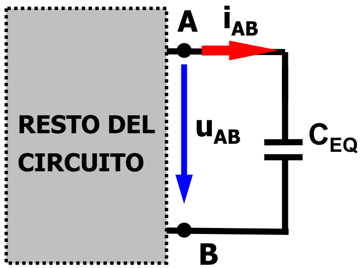
$$\boxed{\frac{1}{L_{EQ}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_n}}$$

Dipolo equivalente a Condensadores en paralelo



$$i_1 = C_1 du/dt$$
$$i_2 = C_2 du/dt$$
$$i_3 = C_3 du/dt$$

$$i_{AB} = i_1 + i_2 + i_3$$

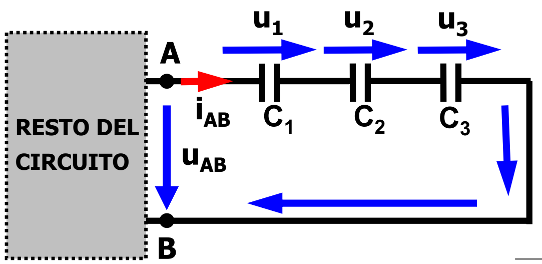


$$i_{AB} = \underbrace{(C_1 + C_2 + C_3)}\,du/dt$$

$$i_{AB} = C_{EQ}\,du/dt$$

$$\boxed{C_{EQ} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n}$$

Dipolo equivalente a Condensadores en serie



$u_{AB} = u_1 + u_2 + u_3$

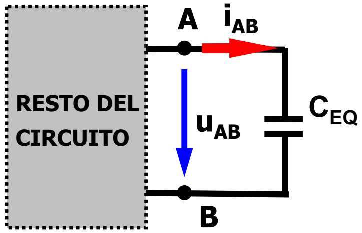
$$u_1 = \frac{1}{C_1}\int i\,dt$$

$$u_2 = \frac{1}{C_2}\int i\,dt$$

$$u_3 = \frac{1}{C_3}\int i\,dt$$

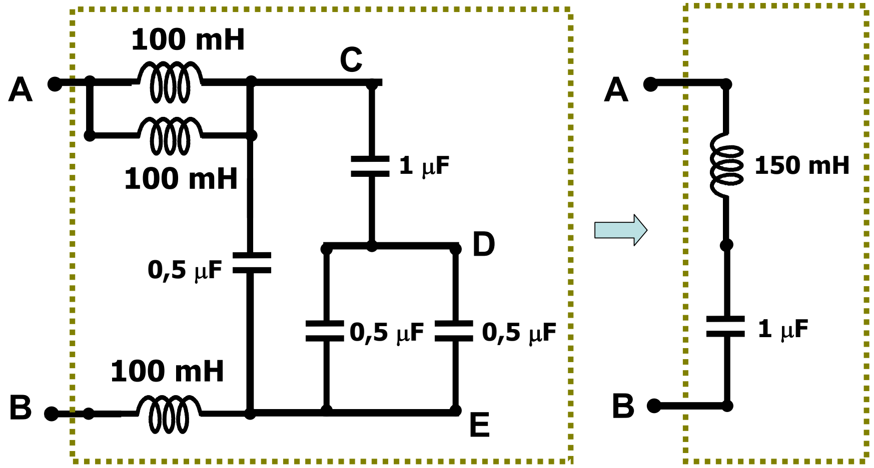
$$u_{AB} = \underbrace{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)}\int i\,dt$$

$$u_{AB} = \frac{1}{C_{EQ}}\int i\,dt$$

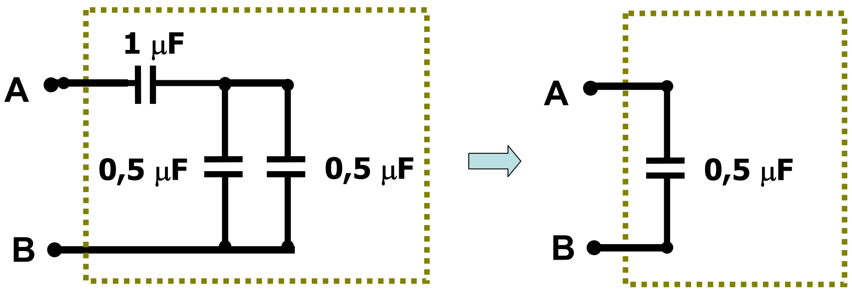


$$\frac{1}{C_{EQ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

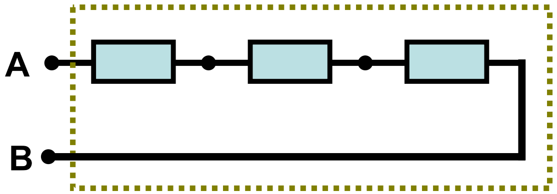
Simplificar el dipolo entre A y B



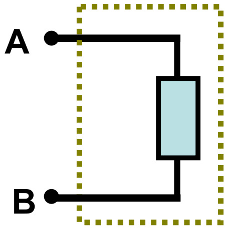
Hallar la capacidad equivalente entre A y B



Dipolos equivalentes a la asociación de elementos pasivos



Dipolos pasivos en serie

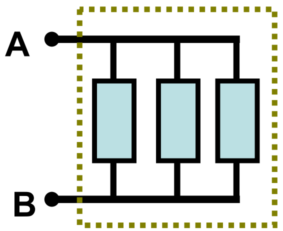


$R_{EQ} \rightarrow R_{EQ} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$

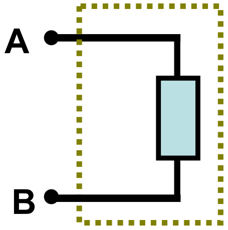
$L_{EQ} \rightarrow L_{EQ} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$

$C_{EQ} \rightarrow \frac{1}{C_{EQ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$

Dipolos equivalentes a la asociación de elementos pasivos



Dipolos pasivos en paralelo

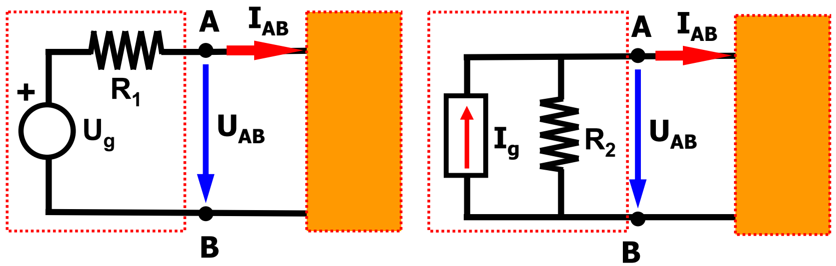


R_{EQ} → $$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

L_{EQ} → $$\frac{1}{L_{EQ}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

C_{EQ} → $$C_{EQ} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

Conversión de fuentes



$U_{AB} = U_g - I_{AB} R_1$

$I_{AB} = U_g/R_1 - U_{AB}/ R_1$

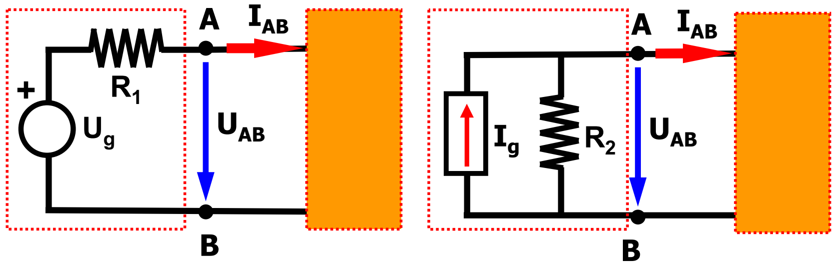
$U_{AB} = I_g R_2 - I_{AB} R_2$

$I_{AB} = I_g - U_{AB}/R_2$

Las dos fuentes son equivalentes si tienen la misma característica i-u

Dipolos equivalentes a la asociación de elementos activos

Conversión de fuentes



$U_{AB} = U_g - I_{AB} R_1$

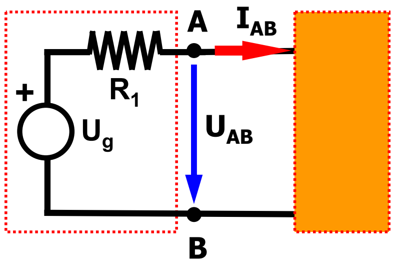
$I_{AB} = U_g/R_1 - U_{AB}/ R_1$

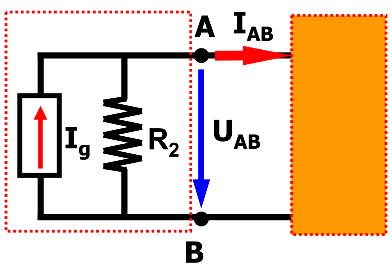
$U_{AB} = I_g R_2 - I_{AB} R_2$

$I_{AB} = I_g - U_{AB}/R_2$

SI $\left.\begin{array}{l} R_1 = R_2 = R \\ I_g = U_g/R \end{array}\right\}$ SON EQUIVALENTES

Conversión de fuentes

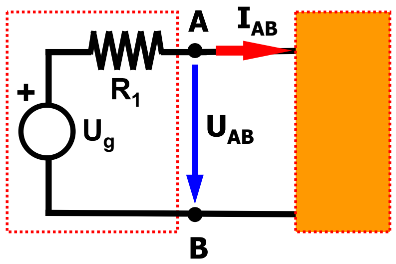


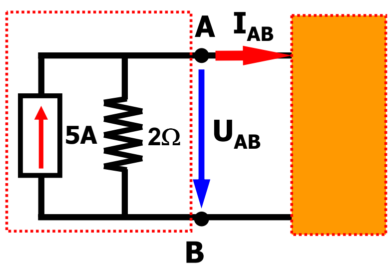


$\left.\begin{matrix} R_1 \\ U_g \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \begin{matrix} R_2 = R_1 \\ I_g = U_g/R_1 \end{matrix}$

$\begin{matrix} R_1 = R_2 \\ U_g = I_g\, R_2 \end{matrix} \Longleftarrow \left\{\begin{matrix} R_2 \\ I_g \end{matrix}\right.$

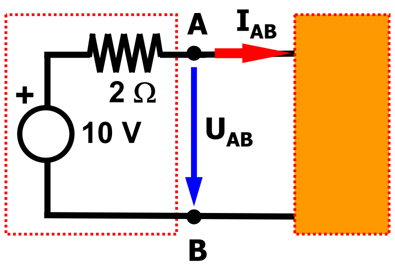
Conversión de fuentes

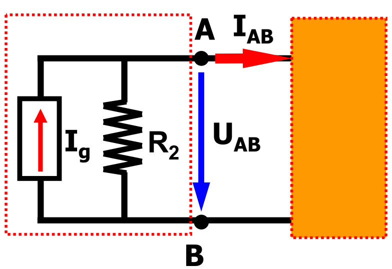




$\begin{matrix} R_1 = 2\,\Omega \\ U_g = 5x2 = 10\text{ V} \end{matrix} \Longleftarrow \left\{\begin{matrix} R_2 = 2\,\Omega \\ I_g = 5\text{ A} \end{matrix}\right.$

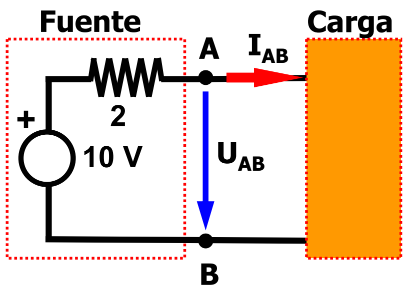
Conversión de fuentes

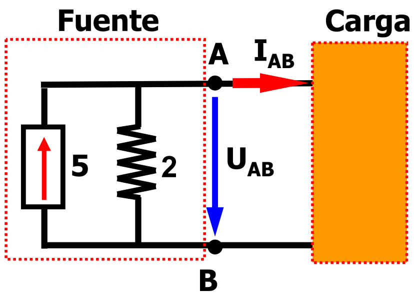




$\left.\begin{matrix} U_g = 10\text{ V} \\ R_1 = 2\,\Omega \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \begin{matrix} R_2 = 2\,\Omega \\ I_g = 10/2 = 5\text{ A} \end{matrix}$

Ejemplo: Equivalentes # Iguales





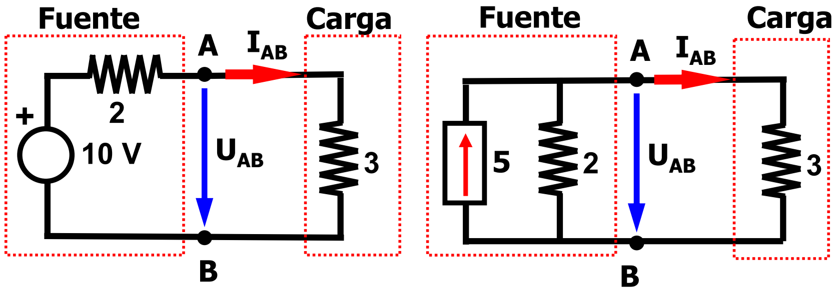
$U_{AB} = 10 - I_{AB}\, 2$

$I_{AB} = 10/2 - U_{AB}/ 2$

$U_{AB} = 5x2 - I_{AB}\, 2$

$I_{AB} = 5 - U_{AB}\, /2$

Ejemplo: Equivalentes # Iguales



$U_{AB} = 10 - I_{AB}\,2$

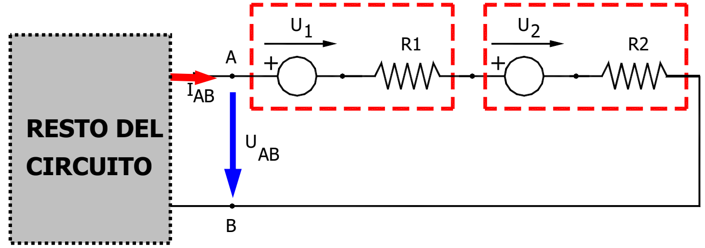
$I_{AB} = 10/2 - U_{AB}/\,2$

$U_{AB} = 5x2 – I_{AB}\,2$

$I_{AB} = 5 - U_{AB}\,/2$

$$\begin{pmatrix} U_{AB} = 6\ V \\ I_{AB} = 2\ A \\ P_{AB} = 12\ W \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} U_{AB} = 6\ V \\ I_{AB} = 2\ A \\ P_{AB} = 12\ W \end{pmatrix}$$

Dipolo equivalente a fuentes de tensión en serie



Por la 2ª ley de Kichhoff: $U_{AB} = U_1 + I_{AB}\,R_1 + U_2 + I_{AB}\,R_2 =$

$= (U_1 + U_2) + I_{AB}\,(R_1 + R_2) =$

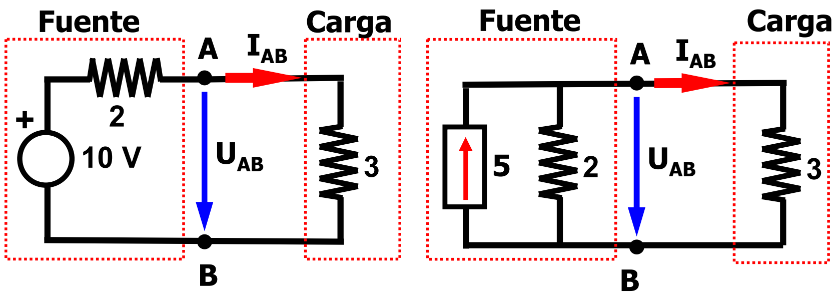
$= \quad U_{eq} \quad + I_{AB}\ R_{Req}$

Característica i-u de una f. real de tensión, de parámetros:

$R_{eq} = R_1 + R_2$

$U_{eq} = U_1 + U_2$.

Ejemplo: Equivalentes # Iguales



$U_{AB} = 6\ V$

$I_{AB} = 2\ A$

$P_{AB} = 12\ W$

$P_{Ri} = 2 \times 2^2 = 8\ W$

$P_g = 10 \times 2 = 20\ W$

$U_{AB} = 6\ V$

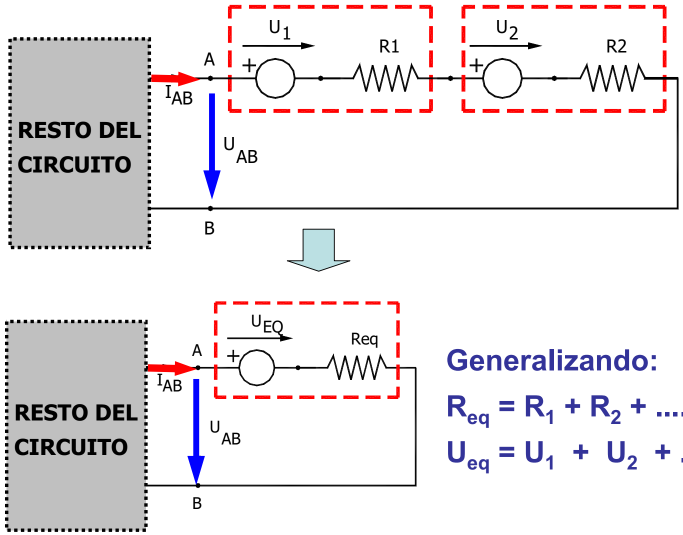
$I_{AB} = 2\ A$

$P_{AB} = 12\ W$

$P_{Ri} = 2 \times 3^2 = 18\ W$

$P_g = 5 \times 6 = 30\ W$

Dipolo equivalente a fuentes de tensión en serie

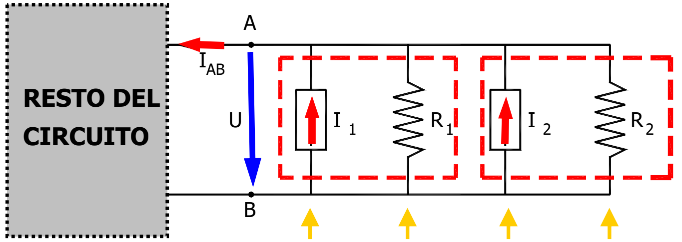


Generalizando:

$R_{eq} = R_1 + R_2 + ... + R_n = R_i$

$U_{eq} = U_1 + U_2 + ... + U_n = U_G$

Dipolos equivalentes a fuentes de int. en paralelo



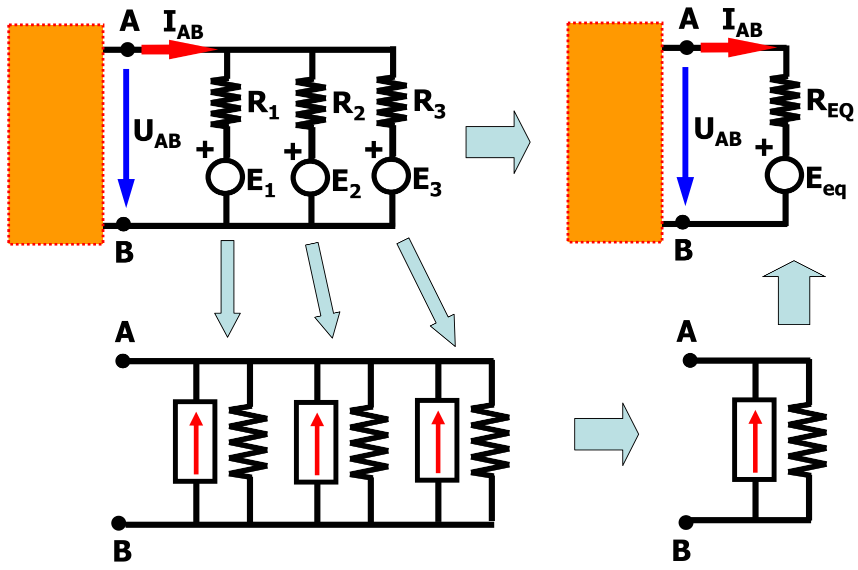
Por la 1ª ley: $I_{AB} = I_1 - U_{AB}/R_1 + I_2 - U_{AB}/R_2 =$

Característica i-u de una f. real de int., de parámetros:

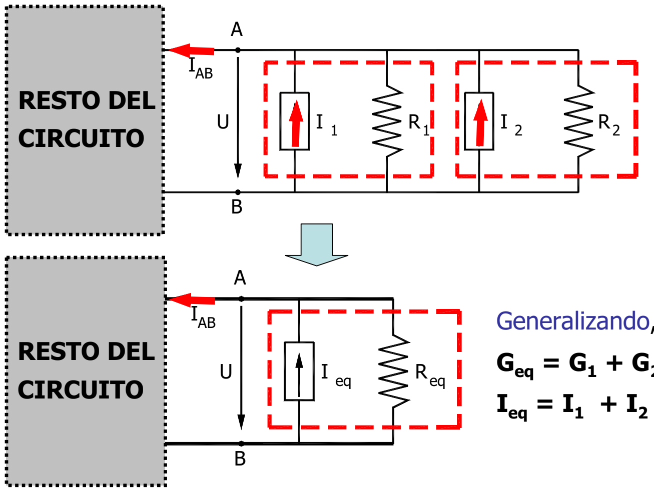
$$G_{eq} = G_1 + G_2$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2.$$

Dipolos equivalentes a fuentes de Tensión en paralelo



Dipolos equivalentes a fuentes de int. en paralelo



Generalizando,

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + ... + G_n = G_i$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2 + ... + I_n = I_G$$

Dipolos equivalentes a fuentes de Tensión en paralelo